

**MULTIPLICAÇÃO DE FIBONACCI, FRACTAIS E DINÂMICA.** Gustavo Antonio Pavani, Ali Messaoudi. – Ciências Exatas – Matemática – Departamento de Matemática – Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas – Campus de São José do Rio Preto.

Seja  $(F_n)_{n \geq 0}$  a sequência de Fibonacci definida por:  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 1$ ,  $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ , para todo  $n \geq 2$ . É conhecido que todo inteiro natural  $n$  se escreve de maneira única como soma de termos da sequência de Fibonacci sem que haja dois termos consecutivos, ou seja,  $n = \sum_{i=2}^N \varepsilon_i F_i$  com  $\varepsilon_i = 0$  ou  $\varepsilon_i = 1$  e  $\varepsilon_i \varepsilon_{i+1} = 0$  para todo  $i$ .

Em 1987, D. Knuth definiu uma operação (multiplicação de Fibonacci) sobre o conjunto dos inteiros naturais da seguinte maneira: se  $n = \sum_{i=2}^N \varepsilon_i F_i$  e  $m = \sum_{j=2}^M \varepsilon_j F_j$ , então

$$n \circ m = \sum_{i=2}^N \sum_{j=2}^M \varepsilon_i \varepsilon_j F_{i+j}$$

e mostrou que esta operação é associativa.

Esta operação foi estudada por vários matemáticos e relacionada a diversas áreas da matemática como combinatória e sistemas dinâmicos.

Neste trabalho estudamos a associatividade da operação de Knuth associada a outras seqüências recorrentes. Em particular, estudamos seqüências da forma  $F_0 = 0$ ,  $F_1 = 0$ ,  $F_2 = 1$ ,  $F_{n+3} = aF_{n+2} + bF_{n+1} + F_n$ , para todo  $n \geq 0$ . Obteremos resultados novos e enunciaremos conjecturas.

Daremos também duas interpretações para esta operação, uma geométrica ligada a fractais e outra dinâmica, ligada a uma classe de sistemas dinâmicos.

#### Referências Bibliográficas

1. D.E. KNUTH. Fibonacci Multiplication, *Appl. Math. Lett.* 1 (1), 57-60, (1988).
2. P. ARNOUX. Some remarks about Fibonacci Multiplication, *Appl. Math. Lett.* 2 (4), 319-320, (1989).
3. P. GRABNER, A. PETHO, R. TICHY e J. WOEGINGER. Associativity of recurrence multiplication. *Appl. Math. Lett.* 7 (4), 85-90, (1994).
4. A. MESSAOUDI. Tribonacci Multiplication, *Appl. Math. Lett.* 15, 981-985, (2002).

**Bolsa:** CNPq.